ความสัมพันธ์ขั้นคู่เสียงภายใต้แนวคิดทฤษฎีเซต
Intervallic Relationship in Set Theory

วิบูลย์ ตระกูลฮุ้น*[1]
Wiboon Trakulhun *[1]

บทคัดย่อ

ความสัมพันธ์ขั้นคู่ในมิติต่างๆ ภายใต้แนวคิดพื้นฐานทฤษฎีเซตแตกต่างจากวิธีคิดตามแบบแผนระบบดนตรีโทนัลหรือดนตรีอิงกุญแจเสียงอย่างสิ้นเชิง ซึ่งส่งผลโดยตรงต่อการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างโน้ตต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งประเด็นด้านระยะห่างขั้นคู่ นอกจากนี้ ทฤษฎีเซตไม่ให้ความสำคัญกับชนิดหรือประเภทขั้นคู่ตามพื้นฐานระบบดนตรีโทนัลหรือวิธีการประสานเสียงตามรูปแบบดั้งเดิมอีกต่อไป ไม่ว่าจะเป็นขั้นคู่เมเจอร์ ไมเนอร์ เพอร์เฟก ออกเมนเทด หรือดิมินิชท์ ซึ่งการพิจารณาระยะห่างขั้นคู่ภายใต้กรอบแนวคิดทฤษฎีเซตเป็นการพิจารณาจำนวนทั้งหมดของระยะห่างครึ่งเสียงระหว่างโน้ต 2 ตัวใดๆ โดยบทความวิชาการบทนี้เป็นการพิจารณาความสัมพันธ์ขั้นคู่ในประเด็นต่างๆ ได้แก่ ระยะห่างขั้นคู่ ความสมมาตรภายในหนึ่งช่วงคู่แปด วงจรขั้นคู่ ขั้นคู่คอมพลีเมนต์ ขั้นคู่ของระดับเสียง และขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง

คำสำคัญ : ขั้นคู่ของระดับเสียง / ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง / ขั้นคู่คอมพลีเมนต์

Abstract

The intervallic relationship in set theory is completely different from that in tonal music. This directly affects the consideration of relationship between notes especially the interval. Besides, unlike the traditional harmony or common practice, the set theory does not emphasize the quality of the interval: major, minor, perfect, augmented,

* corresponding author, email: wbtrakulhun@gmail.com
[1] รองศาสตราจารย์ วิทยาลัยดนตรี มหาวิทยาลัยรังสิต
[1] Associate Professor at Conservatory of Music, Rangsit University

and diminished intervals. However, the intervallic relationship in set theory is to consider the number of semitone between the two notes. This academic article is to present the consideration of the intervallic relationship in the following issues: intervallic distance, equal divisions of the octave, interval cycle, intervallic complement, pitch interval, and pitch-class interval.

Keywords: Pitch Interval / Pitch-Class Interval / Intervallic Complement

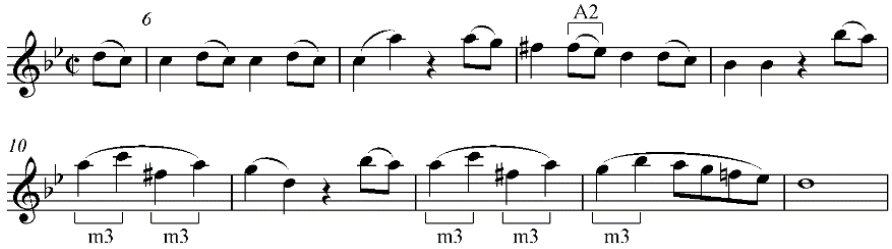
ระยะห่างขั้นคู่ (Intervallic Distance)

เนื่องจากแนวคิดพื้นฐานหลายประการภายใต้กรอบทฤษฎีเซตแตกต่างจากแบบแผนระบบดนตรีโทนัลหรือดนตรีอิงกุญแจเสียง (Tonal Music) ซึ่งมีผลกระทบโดยตรงต่อความสัมพันธ์ระหว่างโน้ตต่าง ๆ โดยเฉพาะวิธีการพิจารณาด้านระยะห่างขั้นคู่ อย่างไรก็ตาม ทฤษฎีเซตยังคงให้ความสำคัญกับประเด็นดังกล่าว แต่แนวคิดและวิธีการอธิบายความสัมพันธ์นั้นแตกต่างไป ระยะห่างขั้นคู่บนพื้นฐานระบบดนตรีโทนัลหรือวิธีการประสานเสียงตามรูปแบบดั้งเดิม (Traditional Harmony) กำหนดโดยตัวเลขซึ่งได้มาจากระยะห่างระหว่างลำดับขั้นของโน้ตต่าง ๆ บนบันไดเสียงไดอะทอนิก (Diatonic Scale) พร้อมกับชื่อที่สอดคล้องกับหน้าที่และความสัมพันธ์ระหว่างโน้ตแต่ละตัว เช่น ระยะห่างขั้นคู่ 2, 3, 6, และ 7 สามารถจำแนกความแตกต่างออกเป็น 4 ชนิด ตามความแตกต่างของระยะครึ่งเสียง ได้แก่ เมเจอร์ ไมเนอร์ ออกเมนเทด และดิมินิชท์ ส่วนระยะห่างขั้นคู่ 1, 4, 5, และ 8 จำแนกออกเป็น 3 ชนิด ได้แก่ เพอร์เฟก ออกเมนเทด และดิมินิชท์

แนวคิดรวมถึงวิธีการอธิบายความสัมพันธ์ด้านขั้นคู่ของระบบโทแนลิตี (Tonality) ทำให้เกิดขั้นคู่พ้องเสียง (Enharmonic Interval) เช่น ขั้นคู่พ้องเสียงระหว่างขั้นคู่ A2 กับ m3 หรือขั้นคู่ A5 กับ m6 เป็นต้น ความสัมพันธ์ลักษณะนี้ก่อให้เกิดความแตกต่างระหว่างขั้นคู่เสียงกลมกลืน และขั้นคู่เสียงกระด้าง (Consonance and Dissonance) ถึงแม้จะมีจำนวนระยะห่างครึ่งเสียง(Semitone) เท่ากันก็ตาม พิจารณาเปรียบเทียบโดยการเล่นแนวทำนองหลาย ๆ รอบ (ตัวอย่างที่ 1) จะได้ยินความแตกต่างของขั้นคู่ A2 กับ m3 ที่เกิดขึ้นบนแนวทำนองระหว่าง

ห้องที่ 8 และห้องที่ 10-12 โดยขั้นคู่ทั้งสองมีระยะห่าง 3 ครึ่งเสียงเท่ากัน แต่ให้ความรู้สึกเสียงกลมกลืนและเสียงกระด้างต่างกัน

ตัวอย่างที่ 1 *Symphony No. 40* in G Minor, K. 550: Mozart



สำหรับแนวคิดทฤษฎีเซตนั้นกำหนดให้โน้ตพ้องเสียงต่าง ๆ มีความเท่าเทียมกัน จึงทำให้ความแตกต่างระหว่างขั้นคู่พ้องเสียงบนพื้นฐานแนวคิดของระบบดนตรีโทนัลเดิมไม่สามารถนำมาใช้อธิบายได้อีกต่อไป ระยะห่างขั้นคู่ภายใต้แนวคิดทฤษฎีเซตเป็นการพิจารณาจำนวนทั้งหมดของระยะห่างครึ่งเสียง ระหว่างโน้ตใด ๆ เช่น ระยะห่างระหว่างโน้ต E ถึง C (ภายในช่วงเสียงเดียวกัน) เท่ากับ 8 ครึ่งเสียง เป็นต้น (ตัวอย่างที่ 2a) โดยที่ระยะห่างระหว่างโน้ต E-Dbb, E-B#, Fb-C, หรือ Fb-B# เป็นขั้นคู่พ้องเสียงที่มีค่าเท่ากับ 8 ครึ่งเสียงเช่นกัน (ตัวอย่างที่ 2b, c, d, e) ซึ่งระยะห่างขั้นคู่ระหว่างโน้ตแต่ละคู่ดังกล่าวจะมีสถานะเท่าเทียมกันภายใต้นิยามของทฤษฎีเซต

ตัวอย่างที่ 2 ขั้นคู่พ้องเสียงที่มีระยะห่าง 8 ครึ่งเสียง

จากสาเหตุและแนวคิดเหล่านี้ส่งผลไปยังความแตกต่างระหว่างขั้นคู่เสียงกลมกลืน และขั้นคู่เสียงกระด้าง ซึ่งทำให้เกิดความคลุมเครือและไม่ชัดเจน หรืออาจกล่าวได้ว่าไม่มีผลอีกต่อไปภายใต้แนวคิดทฤษฎีเซต เพลง ‘Syncopation,’ No. 133 from *Microkosmos* Vol. V (1926-37) ของเบลา บาร์ตอก (Béla Bartók) แสดงถึงการสะกดขั้นคู่ระหว่างขั้นคู่ m3 กับ A2 (ตัวอย่างที่ 3) โดยมีระยะห่าง 3 ครึ่งเสียงเท่ากัน และขั้นคู่ m2 กับ A1 ซึ่งมีระยะห่างเท่ากับ 1 ครึ่งเสียงเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 3 'Syncopation,' No. 133 from *Microkosmos* Vol. V: Bartók

จากตัวอย่างที่ 3 ลองพิจารณาแนวทำนองบนกุญแจเทรเบิล โดยให้ปรับโน้ตตัว F# เป็นโน้ต Gb ผลที่ได้จะให้ความรู้สึกแตกต่างออกไป จากขั้นคู่เสียงกระด้าง (A2) เป็นขั้นคู่เสียงกลมกลืน (m3) ภายใต้ระบบดนตรีโทนัล อย่างไรก็ตามภายใต้แนวคิดทฤษฎีเซต ไม่ได้ให้ความสำคัญกับปรากฏการณ์หรือลักษณะเสียงประเด็นดังกล่าว โดยพิจารณาว่าขั้นคู่ทั้งสองมีสถานะเท่าเทียมกัน

ความสมมาตรภายในหนึ่งช่วงคู่แปด (Equal Divisions of the Octave)

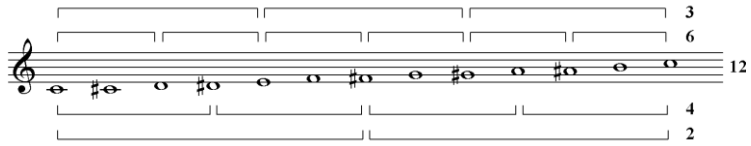
แนวคิดหนึ่งที่น่าสนใจสำหรับประเด็นขั้นคู่ คือ การแบ่งหนึ่งช่วงเสียงหรือหนึ่งช่วงคู่แปด (Octave) ออกเป็นส่วนๆ โดยให้มีระยะห่างขั้นคู่เท่ากัน ระบบโทแนลิตีนั้นเป็นเรื่องยุ่งยากถ้าต้องการแบ่งหนึ่งช่วงคู่แปดออกเป็นส่วนย่อยที่มีขนาดเท่ากัน เนื่องจากวิธีคิดพื้นฐานด้านขั้นคู่ และความแตกต่างของลักษณะเฉพาะด้านขั้นคู่พ้องเสียง แต่เมื่อวิธีคิดดังกล่าวไม่มีความสำคัญภายใต้แนวคิดของทฤษฎีเซต จึงทำให้สามารถวิเคราะห์ประเด็นดังกล่าวได้สะดวกมากขึ้น

การแบ่งหนึ่งช่วงคู่แปดออกเป็นส่วนย่อยที่เท่ากันทำให้เกิด "ความสมมาตรภายในหนึ่งช่วงคู่แปด" โดยแนวคิดนี้ไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงตัวเลขและชื่อตามวิธีการคิดขั้นคู่แบบระบบดนตรีโทนัลเดิม เนื่องจากสามารถพิจารณาเพียงจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงเท่านั้น เมื่อพิจารณาภายในหนึ่งช่วงคู่แปด พบว่ามีระยะครึ่งเสียงจำนวนทั้งหมด 12 ครึ่งเสียง ดังนั้นสัดส่วนที่สามารถแบ่งให้เท่ากันได้ คือ จำนวนใด ๆ ที่สามารถนำมาหาร 12 ได้จำนวนเต็มลงตัว คือ 12/2 = 6, 12/3 = 4, 12/4 = 3, 12/6 = 2, และ 12/12 = 1 โดยที่ความหมายของตัวเลขเหล่านี้สามารถอธิบายได้ดังนี้

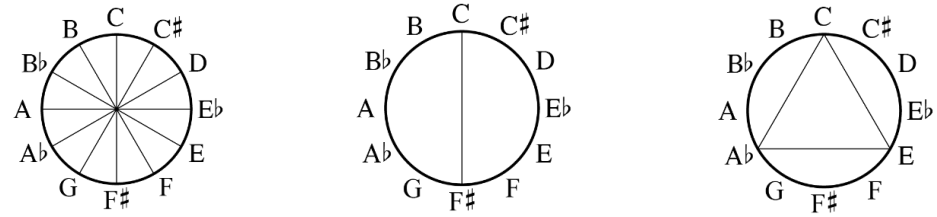
ยกตัวอย่างเช่น 12/2 = 6 หมายถึง ภายในหนึ่งช่วงเสียงมีทั้งหมด 12 ครึ่งเสียง สามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน โดยมีระยะห่างส่วนละ 6 ครึ่งเสียง หรือ 12/3 = 4 อธิบายได้ว่าภายในหนึ่งช่วงเสียงแบ่งออกเป็น 3 ส่วนย่อยเท่ากัน

โดยที่แต่ละส่วนมีระยะห่างส่วนละ 4 ครึ่งเสียง หรือ 12/12 = 1 กล่าวได้ว่าภายในหนึ่งช่วงเสียงแบ่งออกเป็น 12 ส่วนย่อยเท่ากัน ซึ่งแต่ละส่วนมีระยะห่างเท่ากับครึ่งเสียง เป็นต้น

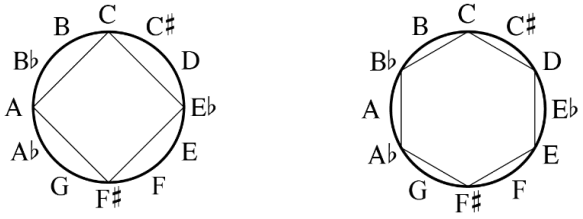
ตัวอย่างที่ 4 ความสมมาตรภายในหนึ่งช่วงคู่แปด



ก. 12 ส่วนย่อย ข. 2 ส่วนย่อย ค. 3 ส่วนย่อย



ง. 4 ส่วนย่อย จ. 6 ส่วนย่อย



ภาพที่ 1 ความสมมาตรภายในช่วงคู่แปดเปรียบเทียบบนหน้าปัดนาฬิกา

ตัวอย่างที่ 4 แสดงถึงช่วงระยะห่างครึ่งเสียงภายในหนึ่งช่วงคู่แปดที่สมมาตรกัน ซึ่งเมื่อนำแนวคิดนี้มาเปรียบเทียบขั้นระดับเสียงบนหน้าปัดนาฬิกา (ภาพที่ 1) จะสามารถทำให้เห็นภาพช่วงระยะห่างของแต่ละส่วนที่สมมาตรกันได้ชัดเจนขึ้น ดังนี้

ภาพที่ 1ก	แบ่งเป็น 12 ส่วนย่อย	ส่วนย่อยละ 1 ครึ่งเสียง
ภาพที่ 1ข	แบ่งเป็น 2 ส่วนย่อย	ส่วนย่อยละ 6 ครึ่งเสียง
ภาพที่ 1ค	แบ่งเป็น 3 ส่วนย่อย	ส่วนย่อยละ 4 ครึ่งเสียง
ภาพที่ 1ง	แบ่งเป็น 4 ส่วนย่อย	ส่วนย่อยละ 3 ครึ่งเสียง
ภาพที่ 1จ	แบ่งเป็น 6 ส่วนย่อย	ส่วนย่อยละ 2 ครึ่งเสียง

แนวคิดด้านความสมมาตรโดยวิธีการดังกล่าว อีกทั้งคุณสมบัติของขั้นระดับเสียงซึ่งไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงโน้ตพ้องเสียงและช่วงคู่แปด ทำให้มีผลโดยตรงต่อข้อจำกัดของจำนวนกลุ่มโน้ตที่สามารถเป็นไปได้ ในที่นี้หมายถึงกลุ่มโน้ตที่ไม่มีขั้นระดับเสียงซ้ำกัน (ตัวอย่างที่ 5) กล่าวคือ

1) กลุ่มโน้ตที่มีจำนวนสมาชิกขั้นระดับเสียงสิบสองตัวจะมีเพียงกลุ่มเดียว (ตัวอย่างที่ 5a) โดยที่ขั้นระดับเสียงแต่ละตัวมีระยะห่างครึ่งเสียง (บันไดเสียงโครมาติก)

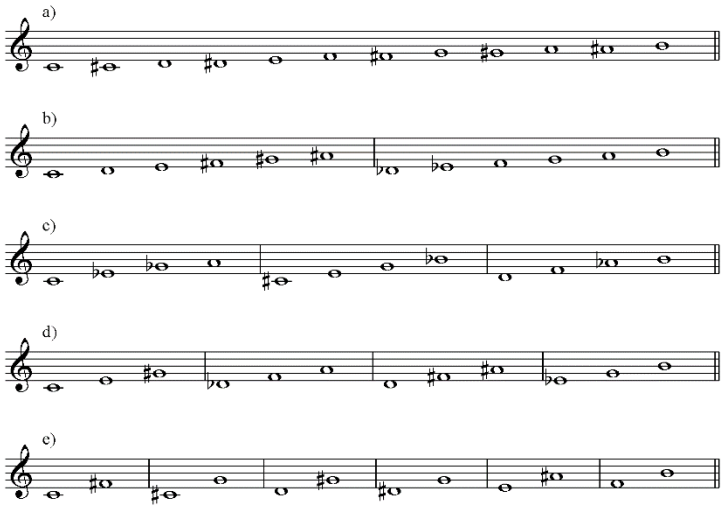
2) กลุ่มโน้ตที่มีจำนวนสมาชิกขั้นระดับเสียงหกตัวจะมี 2 กลุ่ม (ตัวอย่างที่ 5b) โดยที่ขั้นระดับเสียงแต่ละตัวมีระยะห่าง 2 ครึ่งเสียง หรือ 1 เสียง (บันไดเสียงโฮลโทน)

3) กลุ่มโน้ตที่มีจำนวนสมาชิกขั้นระดับเสียงสี่ตัวจะมี 3 กลุ่ม (ตัวอย่างที่ 5c) โดยที่ขั้นระดับเสียงแต่ละตัวมีระยะห่าง 3 ครึ่งเสียง (คอร์ดทบเจ็ดดิมินิชท์)

4) กลุ่มโน้ตที่มีจำนวนสมาชิกขั้นระดับเสียงสามตัวจะมี 4 กลุ่ม (ตัวอย่างที่ 5d) โดยที่ขั้นระดับเสียงแต่ละตัวมีระยะห่าง 4 ครึ่งเสียง (คอร์ดหรือทรัยแอดออกเมนเทด)

5) กลุ่มโน้ตที่มีจำนวนสมาชิกขั้นระดับเสียงสองตัวจะมี 6 กลุ่ม (ตัวอย่างที่ 5e) โดยที่ขั้นระดับเสียงแต่ละตัวมีระยะห่าง 6 ครึ่งเสียง (ขั้นคู่ทรัยโทน)

ตัวอย่างที่ 5 กลุ่มโน้ตที่เกิดจากความสมมาตร

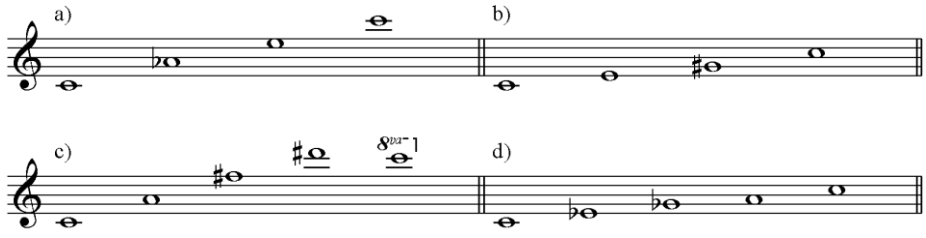


วงจรขั้นคู่ (Interval Cycle)

แนวคิดสำหรับประเด็น “วงจรขั้นคู่” คล้ายกับความสมมาตรภายในหนึ่งช่วงคู่แปด ต่างกันเพียงวงจรขั้นคู่ไม่ได้จำกัดอยู่เพียงระยะหนึ่งช่วงคู่แปดเท่านั้น ซึ่งความสมมาตรสามารถเกิดขึ้นได้ภายในหนึ่งช่วงคู่แปด กล่าวคือ ความสมมาตรดังกล่าวขั้นระดับเสียงแรกจะย้อนกลับมาอีกครั้งภายในระยะหนึ่งช่วงคู่แปด เช่น ความสมมาตรของระยะห่าง 4 ครึ่งเสียง (C-E-G#-C) เห็นได้ว่าขั้นระดับเสียง C ย้อนกลับมาภายในหนึ่งช่วงคู่แปด หรือความสมมาตรของระยะห่าง 3 ครึ่งเสียง (Eb-F#-A-C- Eb) เห็นได้ว่าขั้นระดับเสียง Eb ย้อนกลับมาภายในหนึ่งช่วงคู่แปด เป็นต้น

ตามจริงแล้วความสมมาตรภายในหนึ่งช่วงคู่แปดเป็นส่วนหนึ่งของแนวคิดด้านวงจรขั้นคู่ อย่างไรก็ตาม เมื่อวงจรขั้นคู่ไม่ได้จำกัดเพียงหนึ่งช่วงคู่แปด จึงทำให้ทุกระยะห่างครึ่งเสียงใดๆ จะมีคุณสมบัติของความสมมาตรเช่นกัน ลองพิจารณาขั้นระดับเสียงที่มีระยะห่างเท่ากับ 8 ครึ่งเสียง เปรียบเทียบกับขั้นระดับเสียงที่มีระยะห่างเท่ากับ 4 ครึ่งเสียง (ตัวอย่างที่ 6a และ 6b) พบว่า ตัวอย่างทั้งสองมีสมาชิกขั้นระดับเสียงเดียวกันทั้งหมด เพียงแต่ขั้นระดับเสียงแรกของตัวอย่างที่ 6a) กลับมาในระยะ 2 ช่วงคู่แปด หรือพิจารณาขั้นระดับเสียงที่มีระยะห่างเท่ากับ 9 ครึ่งเสียง เปรียบเทียบกับขั้นระดับเสียงที่มีระยะห่างเท่ากับ 3 ครึ่งเสียง (ตัวอย่างที่ 6c และ 6d) พบว่าตัวอย่างทั้งสองมีสมาชิกขั้นระดับเสียงเดียวกันทั้งหมดเช่นกัน เพียงแต่ขั้นระดับเสียงแรกของตัวอย่างที่ 6c) กลับมาในระยะ 3 ช่วงคู่แปด นอกจากนี้ ลองนึกภาพถึงวงจรคู่ห้า (Cycle of Fifth) เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ทั้ง 2 ด้าน (ตามเข็มและทวนเข็มนาฬิกา) พบว่า มีระยะห่าง 7 ครึ่งเสียง (ตามเข็ม) และ 5 ครึ่งเสียง (ทวนเข็ม) เมื่อครบหนึ่งรอบนาฬิกาขั้นระดับเสียงแรกย้อนกลับมาอีกครั้ง

ตัวอย่างที่ 6 เปรียบเทียบวงจรขั้นคู่



จากการเปรียบเทียบตามตัวอย่างที่ 6 แสดงให้เห็นว่าขั้นระดับเสียงที่มีจำนวนระยะห่าง 8 ครึ่งเสียง กับ 4 ครึ่งเสียง และ 9 ครึ่งเสียง กับ 3 ครึ่งเสียง แต่ละคู่มีความสอดคล้องกันด้านจำนวนและขั้นระดับเสียงที่เป็นสมาชิกของวงจรขั้นคู่นั้นๆ โดยความสอดคล้องลักษณะนี้เป็นความสัมพันธ์เชิง “ขั้นคู่คอมพลีเมนต์ (Intervallic Complement)” หรือ “ขั้นคู่พลิกกลับ (Intervallic Inversion)” ลองนึกภาพหน้าปัดนาฬิกา เมื่อนับระยะห่างตามและทวนเข็มระหว่างขั้นระดับเสียงใด ๆ จะได้ตัวเลข 2 ค่า ที่เป็นขั้นคู่คอมพลีเมนต์ หรือขั้นคู่พลิกกลับซึ่งกันและกัน

จากเงื่อนไขด้านความสัมพันธ์เชิงคอมพลีเมนต์ และจำนวนขั้นคู่ที่มี 12 ครึ่งเสียงภายในหนึ่งช่วงคู่แปด (เนื่องจากความเท่าเทียมกันของช่วงคู่แปด) ทำให้สามารถพิจารณาได้ว่าทุกระยะห่างครึ่งเสียงใด ๆ จะมีคุณสมบัติของความสมมาตรต่างกันเพียงจำนวนระยะช่วงคู่แปดสำหรับการกลับมาของขั้นระดับเสียงแรก ซึ่งทำให้ “วงจรขั้นคู่” มีเพียง 6 แบบเท่านั้น คือ

วงจรขั้นคู่ห่าง 1 ครึ่งเสียง (m2) คอมพลีเมนต์กับ 11 ครึ่งเสียง (M7)
วงจรขั้นคู่ห่าง 2 ครึ่งเสียง (M2) คอมพลีเมนต์กับ 10 ครึ่งเสียง (m7)
วงจรขั้นคู่ห่าง 3 ครึ่งเสียง (m3) คอมพลีเมนต์กับ 9 ครึ่งเสียง (M6)
วงจรขั้นคู่ห่าง 4 ครึ่งเสียง (M3) คอมพลีเมนต์กับ 8 ครึ่งเสียง (m6)
วงจรขั้นคู่ห่าง 5 ครึ่งเสียง (P4) คอมพลีเมนต์กับ 7 ครึ่งเสียง (P5)
วงจรขั้นคู่ห่าง 6 ครึ่งเสียง (Tritone) คอมพลีเมนต์กับ6 ครึ่งเสียง (Tritone)

***หมายเหตุ*:** ขั้นคู่ M, m, และ P ในวงเล็บข้างต้น แสดงเพื่อให้เข้าใจระยะห่างขั้นคู่ง่ายขึ้นเท่านั้นไม่มีความหมายใดต่อแนวคิดทฤษฎีเซต

ขั้นคู่ของระดับเสียง (Pitch Interval)

จากที่ได้กล่าวข้างต้นแล้วว่า ระยะห่างขั้นคู่ภายใต้กรอบแนวคิดทฤษฎีเซตเป็นการพิจารณาจำนวนทั้งหมดของระยะห่างครึ่งเสียงระหว่างโน้ตใด ๆ ดังนั้นขั้นคู่ในที่นี้จะเป็นการพิจารณาตามเงื่อนไขดังกล่าว โดยละทิ้งแนวคิดของดนตรีตามแบบระบบโทแนลิตีเดิมออกไป สำหรับการอธิบายประเด็น “ขั้นคู่ของระดับเสียง (Pitch Interval ย่อว่า *ip*)” และ “ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง (Pitch-Class Interval ย่อว่า *i*)” ผู้เขียนได้นำแนวคิดของจอห์น ราห์น (John Rahn) มาใช้เป็นพื้นฐานในการอธิบาย

1. ขั้นคู่ของระดับเสียงแบบกำหนดทิศทาง

ขั้นคู่ของระดับเสียงแบบกำหนดทิศทาง (Ordered Pitch Interval)[2] นี้เป็นการพิจารณาจำนวนทั้งหมดของระยะห่างครึ่งเสียงระหว่างระดับเสียง 2 ตัว พร้อมทั้งให้ความสำคัญกับทิศทางการเคลื่อนที่ขึ้นหรือลงจากระดับเสียงหนึ่งไปสู่อีกระดับเสียงหนึ่ง โดยใช้สัญลักษณ์เครื่องหมายบวก (+) แทนทิศทางการเคลื่อนที่ขึ้น และเครื่องหมายลบ (-) แทนทิศทางการเคลื่อนที่ลง เครื่องหมายบวกและลบนี้เรียกว่า “ทิศทางหรือลำดับของขั้นคู่ (Directed or Ordered Interval)” (Straus, 2005: 8)

ค่าตัวเลขด้านบนของแนวทำนองเพลงท่อนที่ 2 จากบทประพันธ์ *String Quartet* No. 2, Op. 10 (1908) ของเชินแบร์ก (ตัวอย่างที่ 7) แสดงจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงของระดับเสียงแต่ละคู่พร้อมทั้งทิศทางการเคลื่อนที่ โดยเมื่อใดก็ตามแนวทำนองเคลื่อนที่ลงจะมีเครื่องหมายลบนำหน้าตัวเลขแสดงระยะห่างขั้นคู่เสมอ และเมื่อใดก็ตามแนวทำนองเคลื่อนที่ขึ้นจะมีเครื่องหมายบวกนำหน้าเช่นกัน อาทิ ระดับเสียง Ab เคลื่อนที่ลงไปหาระดับเสียง G ตามด้วยระดับเสียง Bb ดังนั้นขั้นคู่ของระดับเสียงแบบกำหนดทิศทาง เท่ากับ -1 และ -9 ตามลำดับ จากนั้นเคลื่อนที่ขึ้นไปยังระดับเสียง Bb ซึ่งสูงกว่าหนึ่งช่วงคู่แปด ดังนั้นขั้นคู่ของระดับเสียงแบบกำหนดทิศทาง เท่ากับ +12 เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 7 เปรียบเทียบขั้นคู่ของระดับเสียงแบบกำหนดทิศทาง และไม่กำหนดทิศทาง

[2] คำว่า “Ordered Pitch Interval” ควรหมายถึง “ขั้นคู่ของระดับเสียงแบบมีนัยลำดับ” แต่เนื่องจากการพิจารณาประเด็นนี้ให้ความสำคัญกับทิศทางการเคลื่อนที่ ผู้เขียนจึงให้นิยามว่า “ขั้นคู่ของระดับเสียงแบบกำหนดทิศทาง” ทั้งนี้เพื่อให้สะดวกต่อการทำความเข้าใจในประเด็นนี้

2. ขั้นคู่ของระดับเสียงแบบไม่กำหนดทิศทาง

ขั้นคู่ของระดับเสียงแบบไม่กำหนดทิศทาง (Unordered Pitch Interval)[3] เป็นการอธิบายจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงระหว่างระดับเสียงสองตัวเท่านั้น โดยไม่ให้ความสำคัญกับทิศทางการเคลื่อนที่ ดังนั้นค่าจำนวนตัวเลขของทั้งขั้นคู่ของระดับเสียงแบบไม่กำหนดทิศทาง กับแบบกำหนดทิศทางจึงเป็นค่าตัวเลขเดียวกัน ต่างกันเพียงไม่มีหรือมีเครื่องหมายบวกหรือลบนำหน้าค่าตัวเลขเท่านั้น ค่าตัวเลขด้านล่างของแนวทำนอง (ตัวอย่างที่ 7) แสดงจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงของระดับเสียงแต่ละคู่โดยไม่คำนึงถึงทิศทางการเคลื่อนที่

ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง (Pitch-Class Interval)

ระยะห่างขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง สามารถพิจารณาออกเป็นแบบมีนัยลำดับและไม่มีนัยลำดับ (ดูตัวอย่างที่ 8 ประกอบ) ควรระลึกเสมอว่าประเด็นของ “ขั้นระดับเสียง” อยู่ภายใต้แนวคิดพื้นฐานทฤษฎีเซต ดังนั้นจึงจำเป็นต้องคำนึงถึงเงื่อนไขอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องมาประกอบ เช่น ความเท่าเทียมกันของช่วงคู่แปด (Octave Equivalence) ความเท่าเทียมกันของโน้ตพ้องเสียง (Enharmonic Equivalence) และคุณสมบัติของค่ามอดูลัส 12 หรือย่อว่า โมด 12 (Modulo 12 or Mod 12)[4]

1. ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแบบอิงตามลำดับ

ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแบบอิงตามลำดับ (Ordered Pitch-Class Interval) เป็นการพิจารณาจำนวนทั้งหมดของระยะห่างครึ่งเสียงระหว่างขั้นระดับเสียงตัวหนึ่งไปยังอีกตัวหนึ่ง ตามลำดับการเกิดขึ้นก่อน-หลัง ภายใต้คุณสมบัติ mod 12 ซึ่งทำให้ค่าระยะห่างมากที่สุดระหว่างขั้นระดับเสียงสองตัวจะไม่เกิน 11 ครึ่งเสียง และเป็นตัวเลขจำนวนเต็มบวกเสมอ ดังนั้นขั้นคู่แบบอิงตามลำดับขั้นระดับเสียงจะเป็นตัวเลขจำนวนเต็มระหว่าง 0-11 เท่านั้น อันดับแรกลองย้อนกลับไปนึกภาพขั้นระดับเสียงบนหน้าปัดนาฬิกา จากนั้นพิจารณา 2 กรณีตัวอย่างต่อไปนี้

กรณีที่ 1) พิจารณาขั้นระดับเสียง D ไปยัง F# โดยถ้านับตามเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ +4 แต่ถ้านับย้อนกลับทวนเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ -8

---

[3] ผู้เขียนให้นิยามคำว่า “Unordered Pitch Interval” หมายถึง “ขั้นคู่ของระดับเสียงแบบไม่กำหนดทิศทาง” ด้วยเหตุผลเพื่อให้สอดคล้องกับคำว่า “Ordered Pitch Interval”

[4] สามารถอ่านบทความที่เกี่ยวข้องได้จาก **วารสารดนตรีและการแสดง** ปีที่ 1(1): 8-23 และปีที่ 2(1): 26-35, หรือวิบูลย์ ตระกูลฮุ้น. (2559). **ดนตรีศตวรรษที่ 20: แนวคิดพื้นฐานทฤษฎีเซต**, กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ซึ่งสามารถอธิบายค่าตัวเลข +4 และ -8 ได้ว่าตัวเลขทั้งสองเป็นระยะห่างจากขั้นระดับเสียง D และ F# อย่างไรก็ตามตัวเลขทั้งสองมีความเท่าเทียมกันภายใต้คุณสมบัติ mod 12 ดังนั้นระยะห่างขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง D ไปยัง F# ภายใต้คุณสมบัติ mod 12 จึงเท่ากับ 4

กรณีที่ 2) พิจารณาขั้นระดับเสียง F# ไปยัง D โดยที่กรณีนี้ถ้านับตามเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ +8 แต่ถ้านับทวนเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ -4 ซึ่งตัวเลข +8 และ -4 มีค่าเท่ากันภายใต้คุณสมบัติ mod 12 เช่นกัน ดังนั้นระยะห่างขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง F# ไปยัง D ภายใต้คุณสมบัติ mod 12 จึงเท่ากับ 8

จากทั้ง 2 กรณีสามารถอธิบายได้ว่าระยะห่างขั้นคู่ทั้งสอง คือ ผลต่างระหว่างขั้นระดับเสียงตัวแรก (a) และขั้นระดับเสียงตัวหลัง (b) หรือ

$$i_{(a,b)} = b - a \pmod{12}$$

จากสูตรดังกล่าว ลองพิจารณาขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง:

1) D - F# :	6 – 2 = 4		
2) F# - D :	2 – 6 = -4	ดังนั้น	-4 (mod 12) = 8
3) Ab - G :	7 – 8 = -1		-1 (mod 12) = 11
4) G - Bb :	10 – 7 = 3		
5) A - F# :	6 – 9 = -3		-3 (mod 12) = 9
6) F# - C# :	1 – 6 = -5		-5 (mod 12) = 7
7) C - F#:	6 – 0 = 6		
8) F# - C :	0 – 6 = -6		-6 (mod 12) = 6

ข้อควรระวังและคำแนะนำ

จากวิธีการวิเคราะห์ขั้นคู่แบบอิงตามลำดับขั้นระดับเสียงที่กล่าวมาข้างต้นอาจทำให้เกิดความสับสนขึ้นได้ เนื่องจากทิศทางการเคลื่อนที่ขึ้น-ลงของแนวทำนองและ/หรืออื่นๆ ประเด็นสำคัญของหัวข้อนี้ควรระลึกอยู่เสมอว่าเป็นการพิจารณาขั้นคู่ของ “ขั้นระดับเสียง (Pitch-Class)” ซึ่งอยู่ภายใต้ขอบเขตทฤษฎีเซต มิใช่ “ระดับเสียง (Pitch)” ดังนั้นจึงมีประเด็นอื่นที่เกี่ยวเนื่องกันทั้งความเท่าเทียมกันของช่วงคู่แปด และความเท่าเทียมกันของโน้ตพ้องเสียง นอกจากนี้ ยังเป็นการพิจารณาภายใต้คุณสมบัติของค่ามอดูลัส 12

การพิจารณาประเด็นนี้อาจเป็นการยุ่งยากถ้าดูจากโน้ตเพลงโดยตรง ดังนั้นสำหรับวิธีการวิเคราะห์ขั้นคู่อิงตามลำดับขั้นระดับเสียงอย่างง่ายและเร็วที่สุด แนะนำ

ให้แทนขั้นระดับเสียงแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์อักษร หรือตัวเลข จากนั้นพิจารณาจากขั้นระดับเสียงตัวแรกไปยังขั้นระดับเสียงตัวหลัง โดยการนับขึ้นทีละครึ่งเสียงบนลิ่มนิ้วเปียโนภายในหนึ่งช่วงคู่แปด หรือนับตามเข็มนาฬิกาภายในไม่เกินหนึ่งรอบเวลา หรือถ้าต้องการพิจารณาบนบรรทัดห้าเส้น ให้เขียนขั้นระดับเสียงขึ้นใหม่โดยให้ตัวหลังให้สูงกว่าตัวแรกภายในหนึ่งช่วงคู่แปดเสมอ จากนั้นให้นับขึ้นทีละครึ่งเสียง ผลการนับของจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงจากวิธีการเหล่านี้ คือ “ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแบบอิงตามลำดับ”

2. ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแบบไม่อิงลำดับ

ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแบบไม่อิงลำดับ (Unordered Pitch-Class Interval) เป็นการพิจารณาถึงระยะห่างครึ่งเสียงที่มีขนาดเล็กสุดหรือใกล้สุดระหว่างขั้นระดับเสียงสองตัว ดังนั้นสำหรับประเด็นนี้จึงไม่จำเป็นต้องคำนึงลำดับการเกิดขึ้นก่อน-หลังของขั้นระดับเสียงคู่นั้นๆ และไม่ต้องคำนึงว่าจะนับไปในทิศทางใด ไม่ว่าจะเป็นการนับขึ้นหรือนับลง (ตามเข็มหรือทวนเข็มนาฬิกา) โดยให้พิจารณาเฉพาะประเด็นระยะห่างแคบที่สุดระหว่างขั้นระดับเสียง เท่านั้นลองย้อนกลับไปนึกภาพขั้นระดับเสียงบนหน้าปัดนาฬิกา จากนั้นพิจารณา 2 กรณีตัวอย่างเดิมอีกครั้ง

กรณีที่ 1) พิจารณาขั้นระดับเสียง D ไปยัง F# โดยถ้านับตามเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ +4 แต่ถ้านับย้อนกลับทวนเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ -8 ดังนั้นระยะห่างขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง D ไปยัง F# ที่ใกล้ที่สุดจึงเท่ากับ 4

กรณีที่ 2) พิจารณาขั้นระดับเสียง F# ไปยัง D โดยที่กรณีนี้ถ้านับตามเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ +8 แต่ถ้านับทวนเข็มนาฬิกาจะได้ค่าตัวเลขเท่ากับ -4 ดังนั้นระยะห่างขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง F# ไปยัง D ที่ใกล้ที่สุดจึงเท่ากับ 4 เช่นกัน

จากทั้ง 2 กรณีสามารถกล่าวได้ว่าระยะห่างขั้นคู่ทั้งสอง คือ ผลต่างที่ใกล้ที่สุดระหว่างขั้นระดับเสียงตัวที่ 1 (a) และขั้นระดับเสียงตัวที่ 2 (b) โดยไม่คำนึงถึงทิศทางการเคลื่อนที่ ดังนั้นขั้นคู่แบบไม่อิงลำดับของขั้นระดับเสียง D-F# เท่ากับ F#-D

$$i_{(a,b)} = \text{ค่าที่เล็กที่สุดระหว่าง } b - a \pmod{12} \text{ หรือ } a - b \pmod{12}$$

จากสูตรดังกล่าว พิจารณาขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง D - F# :

1) b - a (mod 12)

F# - D : 6 – 2 = 4

หรือ a - b (mod 12)

D - F# : 2 – 6 = -4

-4 (mod 12) = 8

ตัวเลขจากการคำนวณระยะห่างขั้นคู่เป็นค่า 4 และ 8 เพราะฉะนั้นขั้นคู่ที่ใกล้ที่สุดของขั้นระดับเสียง D - F# คือ 4

2) Ab - G : 7 – 8 = -1

-1 (mod 12) = 11

หรือ 8 – 7 = 1 เพราะฉะนั้นค่าเล็กที่สุด คือ 1

3) G - Bb : 10 – 7 = 3

หรือ 7 – 10 = -3

-3 (mod 12) = 9 เพราะฉะนั้นค่าเล็กที่สุด คือ 3

4) A - F# : 6 – 9 = -3

-3 (mod 12) = 9

หรือ 9 – 6 = 3 เพราะฉะนั้นค่าเล็กที่สุด คือ 3

5) F# - C# : 1 – 6 = -5

-5 (mod 12) = 7

หรือ 6 – 1 = 5 เพราะฉะนั้นค่าเล็กที่สุด คือ 5

6) Eb - B : 11 – 3 = 8

หรือ 3 – 11 = -8

-8 (mod 12) = 4 เพราะฉะนั้นค่าเล็กที่สุด คือ 4

จากกรณีข้างต้นเห็นได้ว่า ระยะห่างขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแต่ละคู่จะมีจำนวน 2 ค่า คือ อิงตามลำดับและไม่อิงลำดับการเกิดขึ้นก่อน-หลัง โดยขั้นคู่แบบไม่อิงลำดับขั้นระดับเสียงนั้นเป็นค่าที่เล็กที่สุด อย่างไรก็ตามระยะห่างทั้ง 2 ค่านั้น แท้จริงแล้วระยะห่างขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงที่มีค่ามากกว่า 6 เป็นขั้นคู่คอมพลีเมนต์ หรือขั้นคู่พลิกกลับ ภายใต้คุณสมบัติ mod 12 นั่นเอง ดังนั้นขั้นคู่คอมพลีเมนต์ คือ 0 = 12, 1 = 11, 2 = 10, 3 = 9, 4 = 8, 5 = 7, และ 6 = 6

ข้อควรระวังและคำแนะนำ

วิธีการวิเคราะห์ขั้นคู่แบบไม่อิงลำดับขั้นระดับเสียง เป็นการพิจารณาขั้นคู่ของ “ขั้นระดับเสียง” ซึ่งอยู่ภายในขอบเขตทฤษฎีเซตเช่นกัน โดยวิธีการพิจารณาประเด็นนี้เป็นการหาค่าที่เล็กหรือใกล้ที่สุดระหว่างขั้นระดับเสียงสองตัว โดยไม่

จำเป็นต้องคำนึงถึงทิศทางการเคลื่อนที่ หรือลำดับขั้นระดับเสียงก่อนหลัง ดังนั้นนั้น ระยะห่างขั้นคู่ที่เล็กที่สุดในประเด็นนี้จึงไม่เกิน 6 หรือเป็นค่าระหว่าง 0-6 เท่านั้น

สำหรับวิธีการวิเคราะห์ขั้นคู่ไม่อิงลำดับขั้นระดับเสียงอย่างง่ายและเร็วที่สุด แนะนำให้แทนขั้นระดับเสียงแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์อักษร หรือตัวเลข จากนั้นพิจารณาจากขั้นระดับเสียงตัวแรกไปยังขั้นระดับเสียงตัวหลัง โดยการนับขึ้นหรือลงทีละครึ่งเสียงบนลิ่มนิ้วเปียโนภายในหนึ่งช่วงคู่แปด หรือนับตามเข็มหรือทวนเข็มนาฬิกาภายในไม่เกินหนึ่งรอบเวลา ผลการนับของจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงจากวิธีการเหล่านี้ ค่าใดเป็นค่าเล็กที่สุด คือ “ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแบบไม่อิงลำดับ”

ตัวอย่างที่ 8 เปรียบเทียบขั้นคู่ของขั้นระดับเสียงแบบอิงตามลำดับ และแบบไม่อิงลำดับ

พิจารณาตัวอย่างที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบขั้นคู่จากท่อนที่ 2 ของบทประพันธ์ *String Quartet* No. 2, Op. 10 ของเชินแบร์ก เช่นกัน โดยค่าตัวเลขด้านบนของแนวทำนองแสดงจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงอิงตามลำดับขั้นระดับเสียง ส่วนค่าตัวเลขด้านล่างของแนวทำนองแสดงจำนวนระยะห่างครึ่งเสียงไม่อิงลำดับขั้นระดับเสียง จากค่าดังกล่าวเห็นได้ว่า ตัวเลขด้านบนและด้านล่างจะเป็นตัวเลขเดียวกัน เมื่อเป็นค่าที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 6 แต่ถ้าค่าด้านบนเป็นค่าระหว่าง 7-11 ค่าด้านล่างจะเป็นค่าคอมพลีเมนต์ของตัวมันนั่นเอง

จากการวิเคราะห์ระยะห่างขั้นคู่ในประเด็นต่างๆ ที่กล่าวมาทั้งหมด เป็นการพิจารณาบนแนวทำนองเดียวกัน ดังนั้นจึงสามารถนำมาสรุปเปรียบเทียบให้เห็นถึงความแตกต่างได้อย่างชัดเจน (แผนภูมิที่ 1) โดยระยะห่างขั้นคู่สามารถอธิบายได้ 4 วิธี ดังต่อไปนี้

แผนภูมิที่ 1 เปรียบเทียบขั้นคู่แบบต่างๆ

Ordered Pitch Interval	-1	-9	+12	-1	-3	-5	-11	+16
Unordered Pitch Interval	1	9	12	1	3	5	11	16
Ordered Pitch-Class Interval	11	3	0	11	9	7	1	4
Unordered Pitch-Class Interval	1	3	0	1	3	5	1	4

ระยะห่างขั้นคู่ที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ในประเด็นต่างๆ ที่แตกต่างกัน ซึ่งไม่สามารถกล่าวได้ว่าวิธีการใดดีกว่าวิธีอื่น ขึ้นอยู่กับว่าต้องการอธิบายความสัมพันธ์ในมิติใด บางกรณีผู้วิเคราะห์อาจใช้มากกว่า 1 วิธี เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น หากต้องการอธิบายโน้ต Ab-G (ตัวอย่างที่ 9) ด้วยค่า -13 หมายถึง จำนวนระยะห่างครึ่งเสียงที่เป็นจริงพร้อมทั้งทิศทางการเคลื่อนที่ ถ้าอธิบายด้วยค่า 13 หมายถึง จำนวนระยะห่างครึ่งเสียงโดยไม่คำนึงถึงทิศทางการเคลื่อนที่ ถ้าอธิบายด้วยค่า 11 หมายถึง จำนวนระยะห่างครึ่งเสียงภายในขอบเขตความเท่าเทียมกันของช่วงคู่แปด และถ้าอธิบายด้วยค่า 1 หมายถึงระยะห่างใกล้ที่สุดของขั้นระดับเสียงทั้งสอง นอกจากนี้ เมื่อผู้วิเคราะห์อธิบายด้วยค่า -13 หรือ 13 ยังมีความหมายนัยถึง “ระยะห่างของระดับเสียง” แต่ถ้าอธิบายด้วยค่า 11 หรือ 1 มีความหมายนัยถึง “ระยะห่างของขั้นระดับเสียง” อีกด้วย

ตัวอย่างที่ 9 ตัวเลขระยะห่างขั้นคู่ -13, 13, 11, 1

จากที่กล่าวมาทั้งหมดแสดงให้เห็นได้ว่า การพิจารณาความสัมพันธ์ขั้นคู่ในมิติต่าง ๆ ภายใต้แนวคิดทฤษฎีเซตแตกต่างอย่างสิ้นเชิงจากแบบแผนระบบดนตรีโทนัลหรือดนตรีอิงกุญแจเสียง โดยทฤษฎีเซตนั้นไม่ให้ความสำคัญกับชนิดหรือประเภทขั้นคู่ตามวิธีการแบบดั้งเดิม ไม่ว่าจะเป็นขั้นคู่เมเจอร์ ไมเนอร์ เพอร์เฟก ออกเมนเทด หรือดิมินิชท์ ซึ่งการพิจารณาระยะห่างขั้นคู่ภายใต้กรอบแนวคิดทฤษฎีเป็นการพิจารณาจำนวนทั้งหมดของระยะห่างครึ่งเสียงระหว่างโน้ตใด ๆ นอกจากนี้ ขั้นคู่ของระดับเสียง ขั้นคู่ของขั้นระดับเสียง และขั้นคู่คอมพลีเมนต์ เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการพิจารณาประเด็นอื่น ๆ ต่อไป ไม่ว่าจะเป็นกลุ่มของขั้นระดับเสียงหรือเซต (Pitch-Class Set or Set) รูปปรกติของเซต (Normal Form or Normal

Order) กลุ่มเซต (Set Class) ไพรม (Prime Form) และอื่นๆ ดังนั้น การทำความเข้าใจประเด็นขั้นคู่ในมิติต่างๆ ภายใต้แนวคิดทฤษฎีเซตให้ได้อย่างถ่องแท้ จะช่วยให้ศึกษาและสามารถทำความเข้าใจกับประเด็นอื่นได้ง่ายยิ่งขึ้น

บรรณานุกรม

ณรงค์ฤทธิ์ ธรรมบุตร. (2552). **การประพันธ์เพลงร่วมสมัย**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิบูลย์ ตระกูลฮุ้น. (2558). ความเท่าเทียมกันของช่วงคู่แปดและโน้ตพ้องเสียงบนแนวคิดพื้นฐานทฤษฎีเซต. **วารสารดนตรีและการแสดง**. 1(1), 8-23.

_____. (2558). **ดนตรีศตวรรษที่ 20**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2559). **ดนตรีศตวรรษที่ 20: แนวคิดพื้นฐานทฤษฎีเซต**. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2559). แนวคิดพื้นฐานทฤษฎีเซต: ขั้นระดับเสียง เลขจำนวนเต็ม และค่ามอดุลัส. **วารสารดนตรีและการแสดง**. 2(1), 26-35.

Chapman, A. (1981). Some Intervallic Aspects of Pitch-Class Relations. **Journal of Music Theory**. 25(2), 275-290.

Eckardt, J. (2005). Surface Elaboration of Pitch-Class Sets Using Nonpitched Musical Dimensions. **Perspectives of New Music**. 43(1), 120-140.

Forte, A. (1973). **The Structure of Atonal Music**. New Haven, CT: Yale University Press.

Kostka, S. (2006). **Materials and Techniques of Twentieth-Century Music**. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Morris, R. (1990). Pitch-Class Complementation and its Generalization. **Journal of Music Theory**. 34(2), 175-245.

Rahn, J. (1980). **Basic Atonal Theory**. New York: Longman.

Roig-Francoli, M.A. (2008). **Understanding Post-Tonal Music**. New York: McGraw-Hill.

Straus, J.N. (2005). **Introduction to Post-Tonal Theory**. 3rd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.